

KOINTEGRACIJA (engl. Co-integration)

- OSNOVNI METODOLOŠKI OKVIR ZA MODELIRANJE MAKROEKONOMSKIH VREMENSKIH SERIJA
- EKONOMSKE VREMENSKE SERIJE: NAJČEŠĆE POSEDUJU STOHASTIČKI TREND - NEPREDVIDIVO SE KREĆU TOKOM VREMENA
- Rezultat vredan Nobelove nagrade koja je dodeljena Grangeru 2003. godine

Ocenjivanje zavisnosti između nestacionarnih vremenskih serija

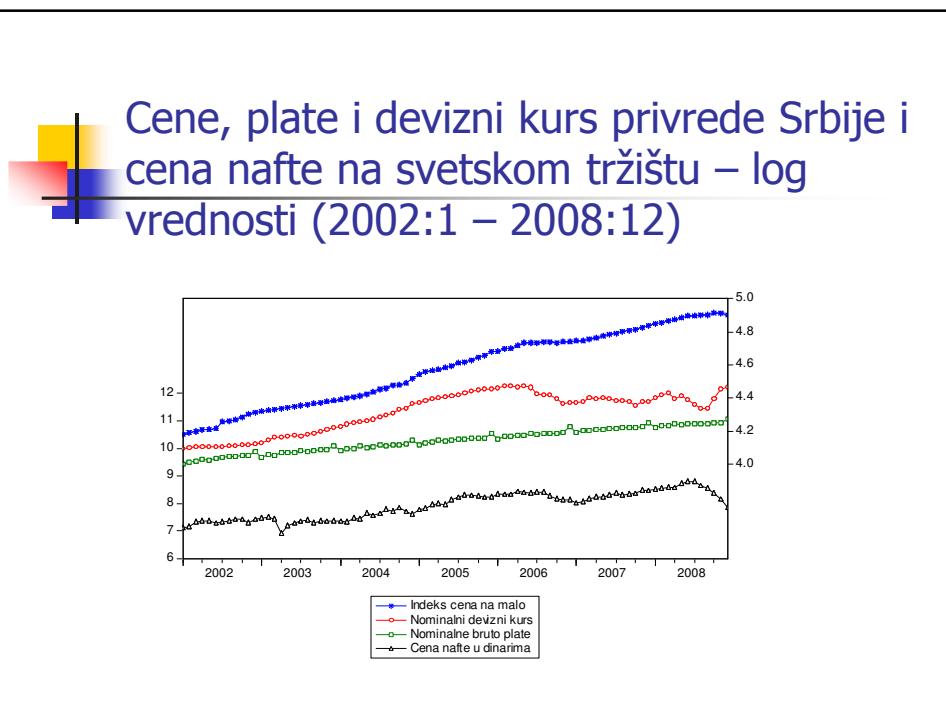
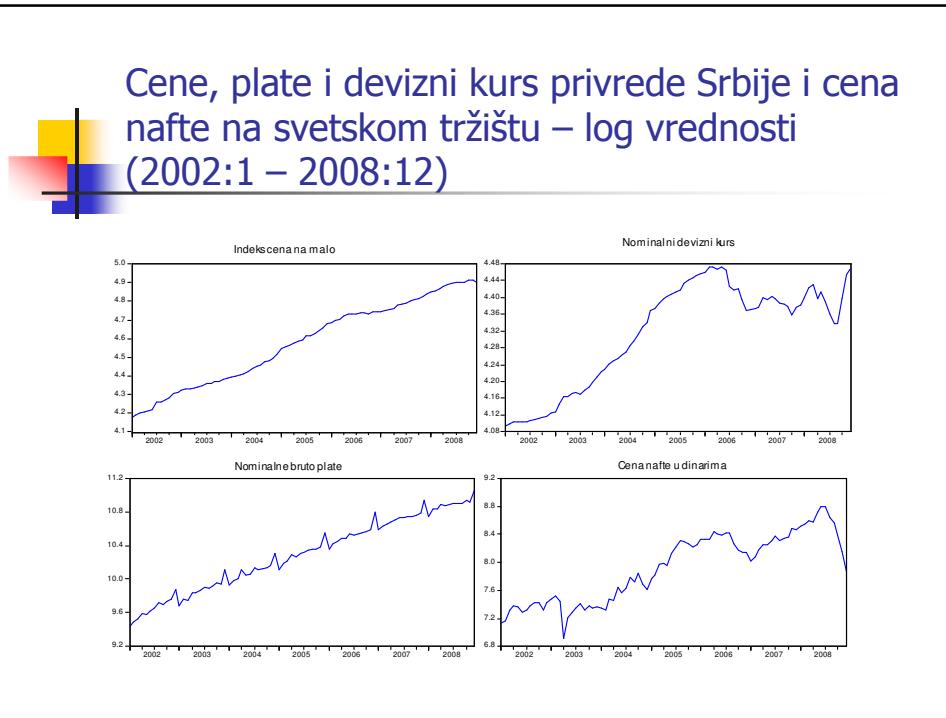
- Yule (1926), Granger and Newbold (1974), Hendry (1980), Phillips (1986).
- Direktno ocenjivanje daje lažnu sliku o visokoj korelisanosti - besmislene regresije.
- Ocene dobijene metodom ONK su pristrasne i nekonzistentne.
- Ocene dobijene metodom ONK nisu normalno raspodeljene.

Kako prevazići problem?

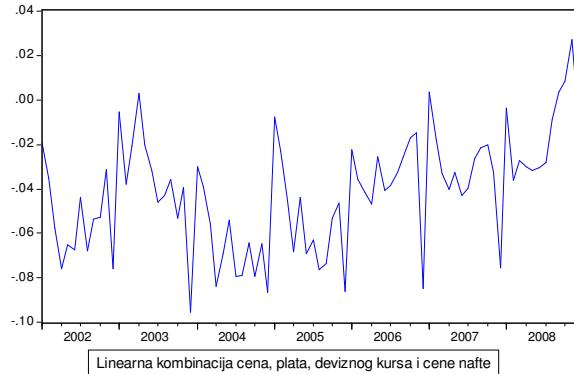
- Transformišemo veličine u stacionarne i ocenjujemo zavisnosti prvih diferenci.
- Problem: gde su nam ocene dugoročnih ravnotežnih veza?
- Dugoročne ravnotežne veze odražavaju sistemske odnose u ekonomiji. Njihova analiza je bitna.

Rešenje problema: kointegracija Engle and Granger (1987)

- Stacionarnost linearne kombinacije individualno nestacionarnih vremenskih serija.
- Kointegriranost proizilazi iz ekonomskih odnosa
 - dugoročna ravnotežna veza
 - skup egzogenih i endogenih promenljivih
 - racionalno predviđanje budućih diskontovanih vrednosti



Cene, plate i devizni kurs privrede Srbije i cena nafte na svetskom tržištu – log vrednosti (2002:1 – 2008:12)



Alternativna interpretacija kointegracije

- Klasična linearna regresija stacionarnih vremenskih serija

$$Y_t = \beta_0 + \beta X_t + e_t, e_t - \text{beli sum}$$

- U slučaju da su vremenske serije nestacionarne

$$Y_t = \beta_0 + \beta X_t + v_t, v_t - \text{stacionarno}$$

Formalna definicija kointegracije

m-dimenzionalni vektorski slučajni proces:

$$X_t = [X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{mt}]'$$

$$X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{mt} \sim I(d)$$

Kointegriranost:

- Postoji matrica parametara $\beta \neq 0$, $m \times r$, $r < m$, takva da su nezavisne linearne kombinacije $\beta' X_t$ nižeg nivoa integriranosti od d , $\beta' X_t \sim I(d-c)$, $d \geq c > 0$.
- r je broj kointegracionih relacija (vektora) $\beta' X_t$

Model sa korekcijom ravnotežne greške Equilibrium-error-correction model-ECM

Dugoročno Y_t je određeno relacijom

$$Y_t = \beta_0 + \beta X_t,$$

Odstupanje od ravnotežnog nivoa u t :

(ravnotežna greška)

$$Y_t - \beta_0 - \beta X_t,$$

Odstupanje od ravnotežnog nivoa u $t-1$:

$$Y_{t-1} - \beta_0 - \beta X_{t-1},$$

utiče na dinamiku Y_t

$$\Delta Y_t = f(Y_{t-1} - \beta_0 - \beta X_{t-1})$$

Model sa korekcijom ravnotežne greške Equilibrium-error-correction model-ECM

$$\Delta Y_t = \gamma_0(Y_{t-1} - \beta_0 - \beta X_{t-1}) + \gamma_{11}\Delta Y_{t-1} + \dots + \gamma_{1k}\Delta Y_{t-k} \\ + \gamma_{21}\Delta X_{t-1} + \dots + \gamma_{2k}\Delta X_{t-k} + \text{slgresa} \gamma_0 < 0.$$

$(Y_{t-1} - \beta_0 - \beta X_{t-1})$ – mehanizam korekcije ka ravnoteži
 $\Delta Y_{t-1}, \dots, \Delta Y_{t-k}, \Delta X_{t-1}, \dots, \Delta X_{t-k}$ – varijacije na kratak rok

Grejndžer-Johansenova teorema reprezentacije – intuitivno objašnjenje

- Ako su vremenske serije kointegrirane, onda je ta informacija relevantna za njihovo kretanje.
- U svakom narednom koraku kretanje se koriguje prema putanji dugoročne ravnoteže veze, tako da vremenske serije ne odstupaju od putanje određene kointegracijom.

Formulacija Grejndžer-Johansenove teoreme reprezentacije:

- Postoji ekvivalentnost između kointegriranih sistema i ECM.
- Ako su vremenske serije kointegrirane, onda se one uvek mogu predstaviti u formi ECM.
- Ako postoji validna forma ECM bar za jednu promenljivu iz skupa promenljivih koje poseduju j.koren, onda su one kointegrirane.
- Model sa korekcijom ravnotežne greške sadrži informaciju o nivou vremenskih serija, čak i ako su one nestacionarne.

Relevantna pitanja u empirijskoj analizi

- Kako ispitati da li su date nestacionarne vremenske serije kointegrirane?
- Kako oceniti parametre kointegracione veze?
- Kako oceniti parametre modela sa korekcijom ravnotežne greške?

Dvostepena procedura Englea i Grejndžera

- Prvi korak: testiramo postojanje kointegracije i ocenjujemo kointegracionu vezu između $X_t \sim I(1)$, $Y_t \sim I(1)$.
- Drugi korak: na osnovu ocenjene kointegracije veze ocenjujemo parametre modela sa korekcijom ravnotežne greške.

Prvi korak.

Metodom ONKocenjujemo model

$$Y_t = \beta_0 + \beta X_t + v_t, v_t \text{ ravnotežna greška}$$

i dobijamo ocene parametara b_0 i b .

Stvarna vrednost = Ocjenjena vrednost

+ Neocenjena vrednost

$$Y_t = b_0 + b X_t + r_t,$$

$$r_t = Y_t - b_0 - b X_t$$

Razlika između stvarnih podataka i onih ocenjenim modelom su reziduali.

Reziduali su ocena ravnotežne greške.

Testiranje kointegracije

- Testiramo da li su reziduali stacionarni ili ne:

$H_0 : r_t \sim I(1)$, serije nisu kointegrisane

$H_1 : r_t \sim I(0)$, serije su kointegrisane

- Test kointegracije je tehnički gledano DF test jediničnog korena.
- Test se primenjuje na reziduale: DFR test.
- Asimptotska raspodela DFR testa zavisi od broja promenljivih i tipa determinističkih komponenti.
- Kritične vrednosti DFR testa se razlikuju od kritičnih vrednosti DF testa.

Ocene kointegracionih parametara

- Ukoliko se prihvati hipoteza o kointegriranosti, onda su ONK ocene kointegracione.
- Svojstva ocena:
 - Nemaju normalnu raspodelu, tako da nije moguća primena standardnih metoda zaključivanja.
 - Superkonzistentne.
 - Pristrasne na malim uzorcima.
- Nikada se ne navode standardne greške ocena parametara kointegracione relacije!!!

Drugi korak: ocena ECM

- Primenom metoda ONK ocenjuje se model oblika:

$$\Delta Y_t = \gamma_0 \underbrace{(Y_{t-1} - b_0 - bX_{t-1})}_{\text{ocena iz I koraka}} + \text{kratkoroč. dinamika} + \text{sl. greška}$$

$$\Delta Y_t = \gamma_0 r_{t-1} + \text{kratkoroč. dinamika} + \text{sl. greška}$$

- Ocene parametara imaju poželjna statistička svojstva (ukoliko ne postoji greška specifikacije).
- Ocena γ_0 pokazuje stepen korekcije u kretanju zavisne promenljive ka putanji ravnotežne veze.

Primer dvostepene procedure

- Prvi korak:** prema mesečnim (log) podacima privrede Srbije o cenama (p), platama (w), dev. kursu (ex) i ceni nafte na svetskom tržištu (poil) u periodu 2002:1-2008:12 ocenjena je linearna kombinacija:
 $p = -0.52 + 0.35w + 0.17ex + 0.10poil$
za koju je testiranjem utvrđeno da je stacionarna.
- Drugi korak:** ocenjen je model mesečne inflacije u formi ECM koji sugerise da se cene u svom kretanju svakog meseca koriguju za oko 11% prema putanji ravnotežne veze.

Ocenjeni model inflacije u ECM formi

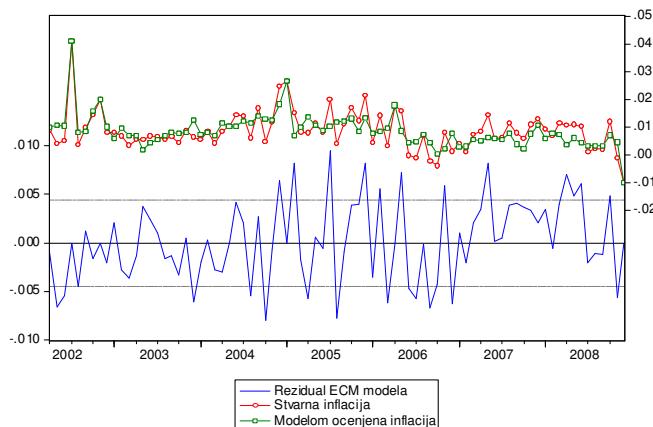
$$\Delta \hat{p}_t = \text{const} - 0.11(\underbrace{p_{t-1} - 0.35w_{t-1} - 0.17ex_{t-1} - 0.10poil_{t-1} + 0.52}_{\text{odstupanje od putanje ravnotezne relacije}} + 0.03\Delta w_t + 0.10\Delta ex_t + 0.207\Delta p_{t-3} + \text{vestacke promenljive})$$

Standardne greske ocena su izostavljene zbog vece preglednosti

$R^2 = 0.65$, nema greske specifikacije

Napomena: ako se analiza nastavi sa novijim podacima onda kointegracija i dalje važi, ali uz izvesne modifikacije.

Ocenjeni model inflacije II



Ograničenja procedure

- Da li vremenske serije obrazuju samo jednu stacionarnu relaciju? (U opštem slučaju da, ako ih je dve).
- Koje vremenske serije iz datog skupa se prilagođavaju ravnotežnoj putanji?

Johansenova procedura Johansen (1995)

- Celovit okvir kointegracione analize
- Omogućava:
 - testiranje broja kointegracionih vektora
 - identifikaciju kointegracionih parametara
 - podelu na endogene i egzogene promenljive
 - identifikaciju izvora nestacionarnosti
- Detaljnije kasnije

Modifikacije polazne ideje kointegracije

- Nelinearna kointegracija
 - Stacionarnost oko nelinearne putanje
 - Nelinearno prilagođavanje stacionarnoj putanji.
- Kointegracija između vremenskih serija različitog tipa nestacionarnosti
 - I(2) i I(1) vremenske serije
 - I(1) i eksplozivne vremenske serije.

Stacionarnost oko nelinearne putanje (primer)

- U periodu 2001:7-2009:7 dođen je rezultat o kointegraciji:
 $p = -0.15 + 0.32w + 0.24ex + 0.11poil + 0.01t$
 $t = 1, 2, \text{ itd.}$ za period od 2008:7 i $t = 0$ za ostalo
- Cene, plate, kurs i cena nafte su kointegrirane vremenske serije u Srbiji, ali oko dve različite funkcije determinističkog trenda čiji se parametri menjaju u julu 2008.
- Mladenović and Petrović (2012), Currency crash and exchange rate pass-through: A tale of two crises in Serbia

Nelinearno prilagođavanje (primer)

$$\Delta Y_t = h(r_{t-1}) + \text{dinamika}, h(\cdot) \text{ nelinearna funkcija}$$

- Realni devizni kurs se prilagođava ravnotežnoj putanji sa fundamentima samo kada se dovoljno udalji od njih.
- Malo odstupanje: nema prilagođavanja.
- Odstupanje van određene granice: prilagođavanje.

Polinomna kointegracija

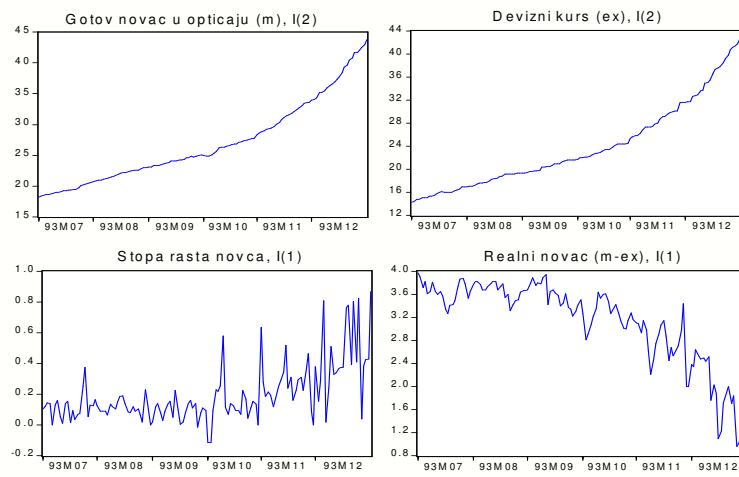
- I(2) vremenske serije
 - Linearna kombinacija može biti I(1).
 - Ova kombinacija zajedno sa prvim diferencama, koje su takođe I(1), može obrazovati I(0) relaciju.
 - Linearna kombinacija može biti direktno stacionarna (retko se dešava).

Polinomna kointegracija: primer

- U uslovima hiperinflacije nominalne veličine poseduju dva jedinična korena: logaritmi cena (p), deviznog kursa (ex) i novca (m) su $I(2)$.
 - Stope rasta (Δp , Δex i Δm) su $I(1)$.
 - Novac i devizni kurs mogu biti kointegrisani tako da je njihova kombinacija, realni novac, ($m - ex$), $I(1)$.
 - Konačno, moguće je da $(m - ex)$ i ex , odnosno $(m - ex)$ i m , obrazuju stacionarnu linearnu kombinaciju.
 - Inverzna ocena kointegracionog parametra predstavlja ocenu stope deprecijacije, odnosno stopu rasta novca, pri kojoj država maksimizira prihod od emisije novca (tzv. Cagan-ova funkcija tražnje za novcem).

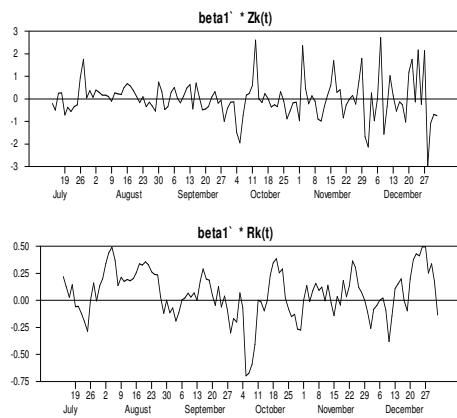
Polinomna kointegracija (III)

Dnevni podaci najekstremnijeg perioda hiperinflacije Srbije: jun – decembar 1993, Mladenović and Petrović (2010), Journal of International Money and Finance



Polinomna kointegracija (IV)

Kointegraciona jednačina realnog novca i stope rasta novca



- Stacionarna kombinacija $(m-ex)+5.4\Delta m$.
- Pri dnevnoj stopi rasta novca $1/5.4=19\%$ maksimizira se inflacioni prihod.
- Stvarne dnevne stope rasta novca postaju veće od 19% tek u decem. 93.
- Hiperinflacija je trajala sve dok je to odgovaralo državi.

Rezime osnovnih koraka u makroekonometrijskom modeliranju

- Test jediničnog korena
 - Ako su serije stacionarne, tada se modeliranje ostvaruje prema principima KLRM.
 - Ako serije poseduju j.koren, tada se proverava postojanje kointegracije.
- Test kointegracije
 - Ako postoji kointegracija, tada se ocenjuje ECM i determiniše endogenost i egzogenost.
 - Ako kointegracija ne postoji, tada se
 - Ocenjuje model prvih diferenci.
 - Redefiniše skup promenljivih.